

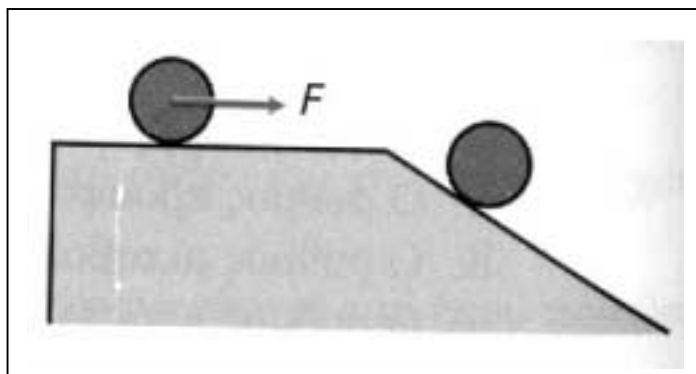
**ΠΡΩΤΟΤΥΠΑ ΘΕΜΑΤΑ ΦΥΣΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ**  
**Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ**

**ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>**

Κύλινδρος μάζας  $m=2\text{kg}$ , ακτίνας  $R=0,5\text{m}$  και

ροπή αδράνειας  $I=\frac{1}{2}mR^2$  ηρεμεί σε οριζόντιο

επίπεδο, συντελεστή τριβής  $\mu=0,2$ . Ο κύλινδρος βρίσκεται αρχικά σε σημείο Α, που απέχει από το άκρο Γ του οριζόντιου επιπέδου απόσταση  $s=8\text{m}$ . Λείο κατηφορικό κεκλιμένο επίπεδο ΓΔ γωνίας κλίσεως  $\varphi=30^\circ$ , αποτελεί συνέχεια του οριζόντιου επιπέδου. Κάποια στιγμή ενεργεί στον άξονα του κυλίνδρου οριζόντια δύναμη F. Η τιμή της F είναι προς το Γ (σχήμα).



α) Να βρεθεί η τιμή της F.

β) Με ποια ταχύτητα κινείται το κέντρο μάζας του κυλίνδρου, όταν αυτός φθάσει στο σημείο Γ και πόσο χρόνο χρειάστηκε για να καλύψει την απόσταση  $(A\Gamma)=s$ ;

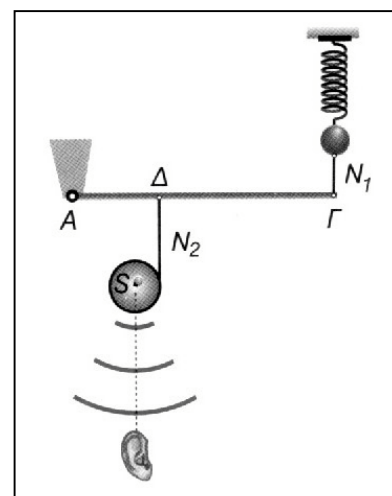
γ) Μόλις ο κύλινδρος εγκαταλείψει το οριζόντιο επίπεδο και περάσει στο κεκλιμένο, καταργείται η δύναμη F.

Ποια είναι η ταχύτητα του κέντρου μάζας του κυλίνδρου και ποια η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής, όταν διανύσει  $d=3,6\text{m}$  στο κεκλιμένο επίπεδο;

Δίνεται  $g=10\text{m/s}^2$

**ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>**

Η οριζόντια ράβδος του σχήματος μπορεί να περιστρέφεται γύρω από οριζόντια άρθρωση που διέρχεται από το ένα άκρο της Α. Η μάζα της ράβδου είναι  $M=6\text{kg}$  και το μήκος της  $d=3\text{m}$ . Το άλλο άκρο Γ της ράβδου εξαρτάται από νήμα  $N_1$ , που συνδέεται με σώμα μάζας  $m_1=2\text{kg}$ . Το σώμα  $m_1$  είναι εξαρτημένο από ελατήριο σταθεράς  $k=800\text{N/m}$ . Ένας δίσκος μάζας  $m=9\text{kg}$  κρέμεται από νήμα  $N_2$  που είναι δεμένο σε σημείο Δ της ράβδου. Το νήμα είναι τυλιγμένο περιμετρικά γύρω από το δίσκο. Δίνεται  $(A\Delta)=1\text{m}$ . Τη στιγμή  $t=0$  το σύστημα αφήνεται ελεύθερο. Η ράβδος εξακολουθεί να παραμένει οριζόντια, ενώ ο δίσκος αρχίζει να κατέρχεται καθώς το νήμα  $N_2$  ξετυλίγεται. Αβαρής πηγή, κολλημένη στον δίσκο, εκπέμπει ήχο συχνότητας  $f_s=660\text{Hz}$ .



α) Να βρεθεί η επιτάχυνση με την οποία κατέρχεται το κέντρο μάζας του δίσκου.

β) Να βρεθεί η δύναμη που τεντώνει το νήμα  $N_2$  του δίσκου.

γ) Ποια είναι η τάση του νήματος  $N_1$ ; Ποια δύναμη εξασκεί η άρθρωση στη ράβδο;

δ) Ένας ακροατής βρίσκεται κατακόρυφα κάτω από τον δίσκο. Με ποια συχνότητα ακούει ο ακροατής τον ήχο που εκπέμπει η πηγή τη χρονική στιγμή  $t=1,5\text{s}$ ;

ε) κόβεται το νήμα  $N_1$ . Ποιο είναι το πλάτος και η περίοδος ταλάντωσης του  $m_1$ ;

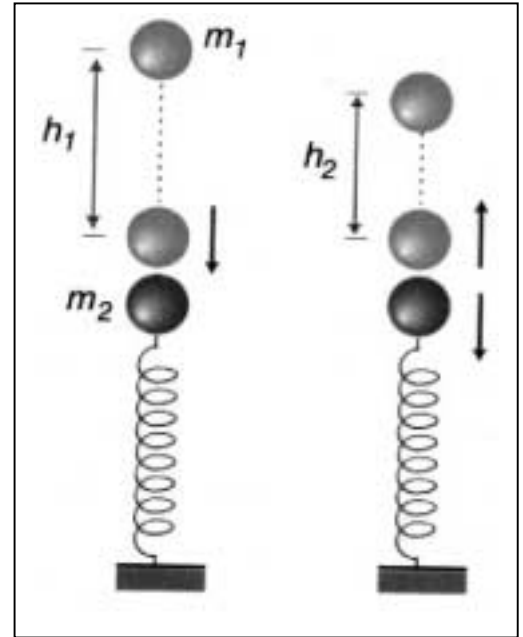
στ) Ποιος είναι ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής της ράβδου, αμέσως μόλις κοπεί το νήμα;

Δίνεται  $g=10\text{m/s}^2$ . Η ροπή αδράνειας του δίσκου είναι  $I_\delta=\frac{1}{2}mR^2$ .

### ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup>

Σφαίρα μάζας  $m_1=1\text{kg}$  αφήνεται να πέσει. Μετά από διαδρομή  $h_1=1,8\text{m}$  συναντά άλλη σφαίρα μάζας  $m_2=9\text{kg}$ , που ηρεμεί στο πάνω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς  $k=900\text{ N/m}$ . Μετά την κεντρική κρούση τους, η σφαίρα  $m_1$  ανέρχεται σε μέγιστο ύψος  $h_2=0,45\text{ m}$ .

- Να αποδειχθεί ότι η κρούση δεν είναι ελαστική.
- Ποιο είναι το κλάσμα της απώλειας της κινητικής ενέργειας του συστήματος κατά την κρούση;
- Ποιο είναι το κλάσμα της απώλειας της κινητικής ενέργειας της σφαίρας  $m_1$  κατά την κρούση;
- Με θετική φορά την προς τα κάτω φορά και  $t=0$  τη στιγμή της κρούσης, να γράψετε την εξίσωση της συνισταμένης δύναμης που ενεργεί στο σώμα  $m_2$ , σε σχέση με το χρόνο.
- Πόσες ταλαντώσεις θα εκτελέσει η σφαίρα  $m_2$  σε χρόνους  $t = \pi\text{ s}$ ; Δίνεται  $g=10\text{m/s}^2$



### ΘΕΜΑ 4<sup>ο</sup>

Πηγή  $S$  εκπέμπει απλό ήχο μεταβλητής συχνότητας  $f_s=1360-10t$  (S.I.).

Ακροατής  $A$  βρίσκεται σε απόσταση  $s=1700\text{m}$  από την πηγή. Τη στιγμή  $t=0$  ο ακροατής αρχίζει να κινείται με σταθερή ταχύτητα  $v_A=170\text{ m/s}$  κατευθυνόμενος προς την πηγή. Ο ακροατής φθάνει στην πηγή, περνάει ακριβώς δίπλα από αυτήν και συνεχίζει την ισοταχή κίνηση του.

- Να σχεδιάσετε το διάγραμμα της συχνότητας  $f_A$  που ακούει ο ακροατής, σε σχέση με το χρόνο  $t$ , από τη στιγμή  $t=0$  ως τη στιγμή που φθάνει στην πηγή.
- Να σχεδιάσετε το αντίστοιχο διάγραμμα  $f_A-t$ , από τη στιγμή που ο  $A$  προσπερνά την πηγή και μετά.
- Να βρεθεί ο αριθμός των μηκών κύματος που φτάνουν στον ακροατή, από τη στιγμή  $t=8\text{s}$  ως τη στιγμή  $t=12\text{s}$ .
- Εάν υποθέσουμε ότι ο ήχος ακούγεται πολύ μακριά από την πηγή χωρίς να απορροφάται, τότε πόσο συνολικά διάστημα θα έχει καλύψει από τη στιγμή της εκκίνησης ως τη στιγμή που παύει να ακούει τον ήχο;  
Δίνεται ότι ο άνθρωπος ακούει ήχο μεταξύ των συχνοτήτων  $20\text{Hz}$  και  $20.000\text{Hz}$ .  
Η ταχύτητα του ήχου στον αέρα είναι  $v=340\text{m/s}$ .

### ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΤΩΝ ΘΕΜΑΤΩΝ

### ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>

α) Στον κύλινδρο ενεργούν η  $F$ , το βάρος  $mg$ , η τριβή  $T$  και η αντίδραση  $N$ . Επειδή η  $F$  είναι η μέγιστη για την οποία ο κύλινδρος κυλάει χωρίς να ολισθαίνει, η τριβή  $T$  θα έχει την οριακή της τιμή και θα ισχύει:  $T = \mu \cdot N = \mu \cdot mg = 4\text{N}$ .

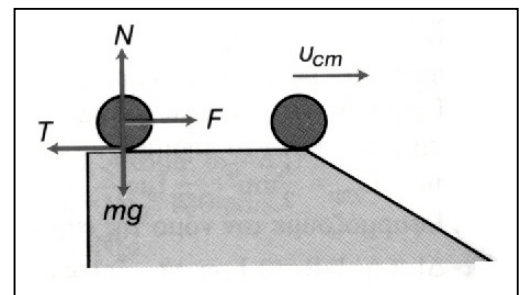
Μεταφορική κίνηση του κυλίνδρου:  $F - T = ma_{cm}$  (1)

Στροφική κίνηση του κυλίνδρου:  $T \cdot R = I \cdot \alpha$  ή  $T \cdot R = \frac{1}{2} mR^2 \alpha$  ή

$T = \frac{1}{2} ma_{cm}$  ή  $a_{cm} = 2\mu g = 4\text{m/s}^2$ . Αντικαθιστώντας στην (1)

παίρνουμε :  $F = 12\text{N}$

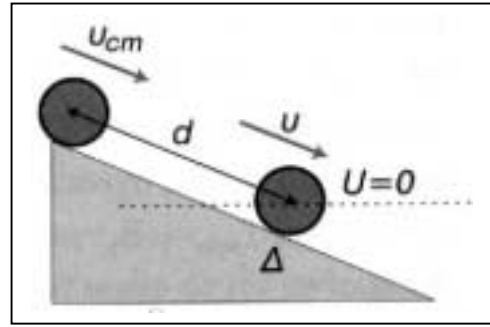
β) Για το κέντρο μάζας του κυλίνδρου ισχύει:  $s = \frac{1}{2} a_{cm} t^2$  ή  $t = 2\text{s}$ . Άρα  $v_{cm} = a_{cm} \cdot t$  ή  $v_{cm} = 8\text{m/s}$ .



γ) Συμβολίζουμε με  $v$  τη ζητούμενη ταχύτητα.  
 Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας για την κίνηση του κυλίνδρου από το  $\Gamma$  στο  $\Delta$ . Θεωρούμε ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας ( $U=0$ ) το οριζόντιο επίπεδο που διέρχεται από το κέντρο μάζας του κυλίνδρου όταν αυτός βρίσκεται στο  $\Delta$ . Προσοχή! Επειδή στο κεκλιμένο επίπεδο δεν υπάρχουν τριβές, η στροφοκίνητη ενέργεια του κυλίνδρου δεν μεταβάλλεται. Έχουμε:

$$U_{(\Gamma)} + K_{\text{περ}(\Gamma)} + K_{\text{μετ}(\Gamma)} = U_{(\Delta)} + K_{\text{περ}(\Delta)} + K_{\text{μετ}(\Delta)} \text{ ή } mgd\eta\mu\phi + \frac{1}{2} m v_{\text{cm}}^2 = \frac{1}{2} m v^2. \text{ Άρα } v = 10 \text{ m/s.}$$

Όπως προαναφέραμε η γωνιακή ταχύτητα στο κεκλιμένο επίπεδο δεν μεταβάλλεται, επειδή αυτό είναι λείο. Άρα είναι:  $\omega = v_{\text{cm}}/R = 16 \text{ rad/s}$



### ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>

α) Στο δίσκο ενεργούν το βάρος  $mg$  και η  $N_2$ .

$$\text{Μεταφορική κίνηση: } mg - N_2 = ma_{\text{cm}} \quad (1)$$

$$\text{Στροφοκίνητη κίνηση: } N_2 \cdot R = I\alpha \text{ ή } N_2 = \frac{1}{2} ma_{\text{cm}} \quad (2)$$

Από τις (1) και (2) έχουμε:  $a_{\text{cm}} = 2g/3 = (20/3) \text{ m/s}^2$ .

β) Με αντικατάσταση στη (2):  $N_2 = 30 \text{ N}$

γ)  $N_2 = N_2' = 30 \text{ N}$  (δράση - αντίδραση)

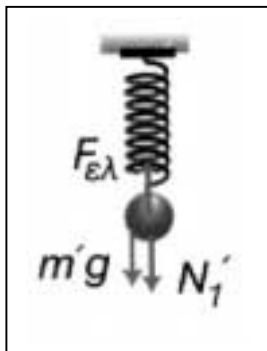
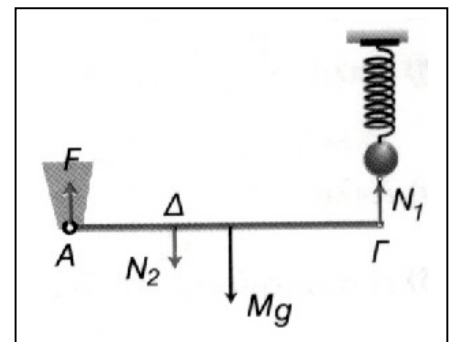
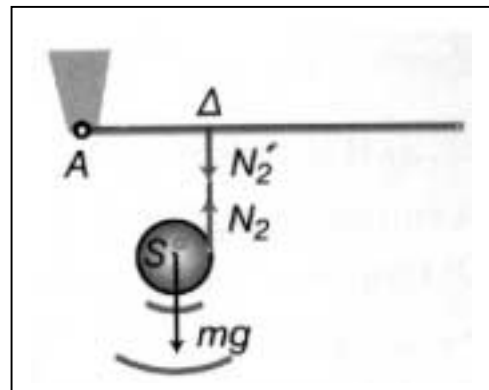
Ροπές ως προς A:  $N_1 \cdot d - Mg \cdot d/2 - N_2' \cdot (A\Delta) = 0$  ή  $N_1 = 20 \text{ N}$ .

Η F είναι κατακόρυφη, αφού δεν υπάρχει συνιστώσα στον (x).

Η συνθήκη ισορροπίας δίνει:  $F + N_1 - N_2 - W = 0$ . Άρα  $F = 70 \text{ N}$ .

δ) Τη στιγμή  $t = 1,5 \text{ s}$  η πηγή έχει ταχύτητα  $v_s = a_{\text{cm}} \cdot t = 10 \text{ m/s}$ .

Η συχνότητα που ακούει ο ακροατής είναι:  $f_A = \frac{v}{v - v_s} f_s = 680 \text{ Hz}$



ε) Η εκτροπή του σώματος  $m_1$  από τη θέση ισορροπίας οφείλεται στη δύναμη  $N_1' = N_1 = 20 \text{ N}$ .

Πλάτος και περίοδος της ταλάντωσης :

$$A = N_1' / k = 0,05 \text{ m} \text{ και } T = 2\pi \sqrt{\frac{m_1}{k}} = 0,1\pi \text{ s}$$

στ) Είναι:  $dL/dt = \Sigma \tau = N_2 \cdot (A\Delta) + Mg \cdot d/2 = 120 \text{ Nm}$

### ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup>

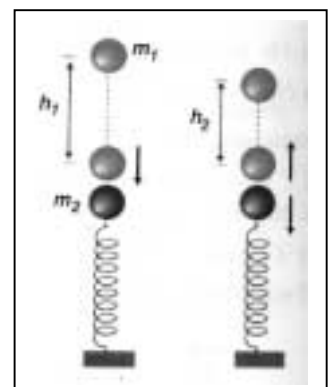
α) Η ταχύτητα της  $m_1$  πριν και μετά την κρούση είναι  $v_1 = \sqrt{2gh_1} = 6 \text{ m/s}$

και  $v_1' = \sqrt{2gh_2} = 3 \text{ m/s}$

Η διατήρηση της ορμής για την κρούση δίνει:  $m_1 v_1 + 0 = -m_1 v_1' + m_2 v_2'$  ή  $v_2' = 1 \text{ m/s}$ .

Οι κινητικές ενέργειες του συστήματος λίγο πριν και αμέσως μετά την κρούση, είναι:

$$K_{\text{πριν}} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + 0 = 18 \text{ J} \text{ και } K_{\text{μετά}} = \frac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2'^2 = 9 \text{ J.}$$



Αφού  $K_{\text{πριν}} > K_{\text{μετά}}$ , η κρούση είναι ανελαστική.

β) Απλά:  $\frac{18-9}{18} \cdot 100\% = 50\%$

γ) Απλά:  $\frac{\frac{1}{2}m_1v_1^2 - \frac{1}{2}m_1v_1'^2}{\frac{1}{2}m_1v_1^2} = 75\%$

δ) Η σταθερά ταλάντωσης είναι:  $D=k=900 \text{ N/m}$  και η γωνιακή συχνότητα  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m_2}} = 10 \text{ rad/s}$

Η  $v_2'$  είναι η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης. Είναι  $v_2' = \omega \cdot A$  ή  $A = 0,1 \text{ m}$ .

Άρα  $\Sigma F = -D\Delta\eta\mu\omega t$  ή  $\Sigma F = -90\eta\mu 10t \text{ (S.I.)}$

ε)  $N = f \cdot t = 10 \text{ ταλαντώσεις}$

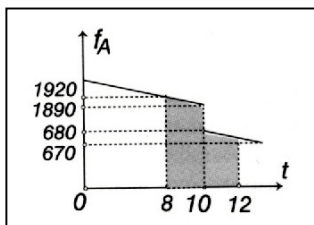
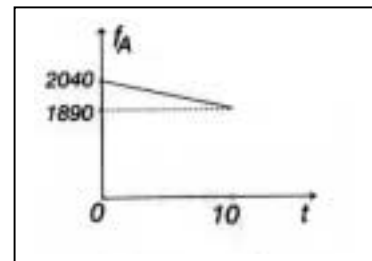
#### ΘΕΜΑ 4<sup>ο</sup>

α) Ο ακροατής θα φτάσει στην πηγή ήχου σε χρόνο  $t = s/v = 10 \text{ s}$ .  
Όσο πλησιάζει στην πηγή θα ισχύει:

$$f_A = \frac{v + v_A}{v} \cdot f_s \text{ ή } f_A = 1,5(1360 - 10t) = 2040 - 15t \text{ (S.I.)}$$

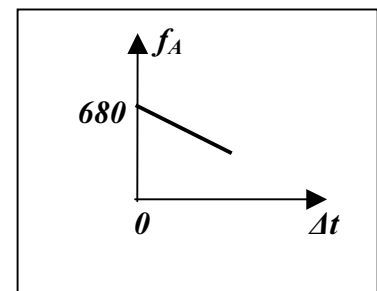
β) Από τη στιγμή  $t=10 \text{ s}$  και μετά ο ακροατής απομακρύνεται από την πηγή και θα ισχύει:

$$f_A = \frac{v - v_A}{v} \cdot f_s = 0,5(1360 - 10\Delta t) = 680 - 5\Delta t \text{ (S.I.)}$$



γ) Σε κοινούς άξονες έχει σχεδιαστεί το διάγραμμα  $f_A - t$ .

Το γραμμοσκιασμένο εμβαδόν δίνει τον αριθμό των μηκών κύματος που φτάνουν στον ακροατή από  $t=8 \text{ s}$  ως  $t=12 \text{ s}$ . Είναι:



$$N = \frac{1920 + 1890}{2} \cdot 2 + \frac{680 + 670}{2} \cdot 2 = 5160 \text{ μήκη κύματος}$$

δ) Ο ακροατής παύει να ακούει τον ήχο όταν δέχεται συχνότητα  $20 \text{ Hz}$ .

Είναι:  $20 = 680 - 5\Delta t \Rightarrow \Delta t = 132 \text{ s}$  ή  $t = 142 \text{ s}$ .

Άρα  $s = v \cdot t = 170 \cdot 142 = 24.120 \text{ m}$ .

Επιμέλεια:

Γιομπλιάκης Λάζαρος

Ματελόπουλος Αντώνης

Τσαμήτρος Δημήτρης